第五讲课后作业

[学号 作者]

1．查资料，描述“各态历经”的基本含义

略

2. 考虑一个稳定的线性时不变系统，其输入*x*(*n*)为实信号，单位脉冲响应*h*(*n*)为实序列，输出信号为*y*(*n*)。假定输入信号*x*(*n*)为白噪声，其均值为零，方差为。系统函数如下：



其中，假定系数*ak*和*bk*均为实数。

系统输入和输出信号同时还满足如下常系数差分方程：



如果所有*ak*均为零，则*y*(*n*)称为滑动平均(MA)线性随机过程；如果除*b*0以外的所有*bk*均为零，则*y*(*n*)称为自回归(AR)线性随机过程；如果*ak*和*bk*均不为零，则*y*(*n*)称为自回归滑动平均(ARMA)线性随机过程。

有以下几个问题：

(a) 以单位脉冲响应*h*(*n*)来表达输出信号*y*(*n*)的自相关函数*ry*(*m*)；

(b) 利用(a)的结果，以频率响应函数*H*(**)来输出信号*y*(*n*)的功率谱*Py*(**)；

(c) 如果*y*(*n*)为MA过程，试说明*y*(*n*)的自相关函数*ry*(*m*)只在区间存在非零值；

(d) 如果*y*(*n*)为AR过程，试推导*ry*(*m*)的一般表达式；

(e) 试说明当*y*(*n*)为AR过程，且*b*0=1时，*ry*(*m*)满足如下差分方程：





(a) 

输入信号*x*(*n*)为白噪声，其均值为零，方差为, 则有



因此：

(b) 

(c) *y*(*n*)为MA过程, 所有*ak*均为零，则

，因此，

，显然，*ry*(*m*)只在区间存在非零值。

(d) *y*(*n*)为AR过程，则







(e) 







可得：



3. 用仿真试验和信号分析的方法确定如下图所示系统的频率响应函数*H*(*ω*)。



*x*为输入系统的随机信号，*y*为系统对随机信号的响应，*ym*为实际测到的混有噪声*n*的响应，*ym* = *y* + *n*，*h*为系统的单位冲激响应。系统的微分方程为：



式中，是系统的固有频率，= 50Hz；= 0.1是系统的阻尼比。

基本要求如下：

1. 用MATLAB产生随机信号，作为输入*x*和混入输出*y*的噪声*n*；

2. 用卷积或其他方法（例如龙格-库塔算法）计算系统对*x*的响应*y*；

3. 分别用

，，

估计系统在10~250Hz范围内的频率响应函数*H*(*ω*)，并观察结果有何不同。

根据计算结果写一个报告，首先对基本理论作一下简要阐述；其次是程序与计算结果（图表），其中程序必须进行注解，计算结果要有分析；再次是对感兴趣的参数或方法变化进行讨论与比较；最后作一下总结。

参考《Fundamentals of Signal Processing for Sound and Vibration Engineers》Example 8.10和Example 9.4

以及参考“课件第三讲-傅立叶变换-离散时间信号的傅立叶变换(DTFT)”中的单自由度振动系统分析例子。